2 Matemáticas técnicas

Las matemáticas son una herramienta fundamental para todas las ciencias. En la gráfica que aparece en la pantalla de la computadora se muestra una aplicación de la trigonometría. (*Foto de Paul E. Tippens.*)

Objetivos

Cuando termine de estudiar este capítulo el alumno:

1. Demostrará su habilidad para sumar, restar, multiplicar y dividir unidades técnicas de medida.
2. Resolverá fórmulas sencillas para cualquier cantidad que aparezca en la fórmula y realizará evaluaciones por sustitución.

3. Resolverá problemas sencillos que impliquen operaciones con exponentes y radicales.
4. Realizará operaciones matemáticas comunes en notación científica.
5. Trazará una gráfica a partir de datos técnicos específicos e interpretará nueva información con base en aquélla.
6. Aplicará las reglas elementales de la geometría para calcular ángulos desconocidos en situaciones concretas.

Suele ser decepcionante abrir un libro de física y ver que empieza con matemáticas. Naturalmente, usted desea aprender sólo las cosas que considera necesarias. Quiere tomar medidas, operar máquinas o motores, trabajar con algo o al menos saber que no ha perdido el tiempo. Según su experiencia, podrá omitir gran parte o todo este capítulo, a juicio de su profesor. Tenga presente que los fundamentos son importantes y que ciertas habilidades matemáticas son indispensables. Tal vez comprenda perfectamente los conceptos de fuerza, masa, energía y electricidad, pero quizá no sea capaz de aplicarlos en su trabajo por falta de conocimientos matemáticos fundamentales. Las matemáticas son el lenguaje de la física. A lo largo de la obra nos hemos esforzado por lograr que ese lenguaje sea tan sencillo y relevante como sea necesario.

En cualquier ocupación industrial o técnica tenemos que efectuar mediciones de algún tipo. Puede tratarse de la longitud de una tabla, el área de una hoja de metal, el número de tornillos que hay que pedir, el esfuerzo al que está sometida el ala de un avión o la presión en un tanque de aceite. La única forma en que podemos dar sentido a esos datos es mediante números y símbolos. Las matemáticas brindan las herramientas necesarias para organizar los datos y predecir resultados. Por ejemplo, la fórmula $F = ma$ expresa la relación entre una fuerza aplicada (F) y la aceleración (a) que ésta produce. La cantidad m es un símbolo que representa la masa de un objeto (una medida de la cantidad de materia que contiene). A través de los pasos matemáticos apropiados podemos usar fórmulas como ésa para predecir acontecimientos futuros. Sin embargo, en muchos casos se precisan conocimientos generales de álgebra y geometría. Este capítulo le ofrece un repaso de algunos de los conceptos esenciales en matemáticas. El estudio de las diferentes secciones del capítulo podrá ser asignado u omitido a criterio de su profesor.

2.1 Números con signo

A menudo es necesario trabajar con números negativos y positivos. Por ejemplo, una temperatura de $-10°C$ significa 10 grados "abajo" del punto de referencia cero, y 24°C una temperatura que está 24 grados "arriba" del cero (véase la figura 2.1). Los números se refieren a la *magnitud* de la temperatura, mientras que el signo más o menos indica el *sentido* respecto al cero. El signo menos en $-10°C$ no indica falta de temperatura; significa que la temperatura es menor que cero. El número 10 en $-10°C$ describe cuan lejos de cero se halla la temperatura; el signo menos es necesario para indicar el sentido respecto del cero.

El valor de un número sin signo se conoce como su *valor absoluto*. En otras palabras, si omitimos los signos de $+7$ y -7, el valor de ambos números es el mismo. Cada número está a siete unidades del cero. El valor absoluto de un número se indica por medio de un símbolo formado por barras verticales. El número $+7$ no es igual que el número -7; pero $|+7|$ sí es igual que $|-7|$. Cuando se realizan operaciones aritméticas que incluyen números con signo se usan sus valores absolutos.

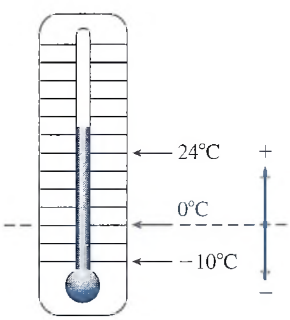

Figura 2.1

Los signos más y menos también se emplean para indicar operaciones aritméticas; por ejemplo:

$7 + 5$ significa "sumar el número $+5$ al número $+7$"

$7 - 5$ significa "restar el número $+5$ del número $+7$"

Si queremos indicar la suma o la resta de números negativos, resulta útil emplear paréntesis:

$(+7) + (-5)$ significa "sumar el número -5 al número $+7$"

$(+7) - (-5)$ significa "restar el número -5 del número $+7$"

Cuando se suman números con signo es útil recordar la regla siguiente:

Regla de la suma: para sumar dos números del mismo signo, sumamos sus valores absolutos y ponemos el signo en común al resultado (suma). Para sumar dos números de diferente signo, encontramos la diferencia entre sus valores absolutos y asignamos al resultado el signo del número de mayor valor.

Considere los ejemplos que siguen:

$$(+6) + (+2) = +(6 + 2) = +8$$
$$(-6) + (-2) = -(6 + 2) = -8$$
$$(+6) + (-2) = +(6 - 2) = +4$$
$$(-6) + (+2) = -(6 - 2) = -4$$

Examinemos ahora el procedimiento de la resta. Siempre que a un número le restamos otro, cambiamos el signo del segundo número y después lo sumamos al primero, aplicando la regla de la suma. En la expresión $7 - 5$, el número $+5$ va a ser restado del número $+7$. La resta se realiza cambiando primero $+5$ por -5 y luego sumando los dos números que ahora tienen diferente signo: $(+7) + (-5) = +(7 - 5) = +2$.

Regla de la resta: para restar un número, *b*, con signo de otro número, *a*, con signo, cambiamos el signo de *b* y luego sumamos este número a *a* aplicando la regla de la suma.

Analice los ejemplos siguientes:

$$(+8) - (+5) = 8 - 5 = 3$$
$$(+8) - (-5) = 8 + 5 = 13$$
$$(-8) - (+5) = -8 - 5 = -13$$
$$(-8) - (-5) = -8 + 5 = -3$$

Ejemplo 2.1 La velocidad de un objeto se considera positiva cuando éste se mueve hacia arriba y negativa cuando se mueve hacia abajo. ¿Cuál es el cambio de velocidad de una pelota que golpea el piso a 12 metros por segundo (m/s) y rebota a 7 m/s? Consulte la figura 2.2.

Plan: Primero establecemos como positiva la dirección ascendente o hacia arriba, así que podemos usar los mismos signos para la velocidad. La velocidad inicial es -12 m/s porque la pelota se está moviendo *hacia abajo*. Después su velocidad es $+7$ m/s, pues se mueve *hacia arriba*. El *cambio* de velocidad será la velocidad final menos la inicial.

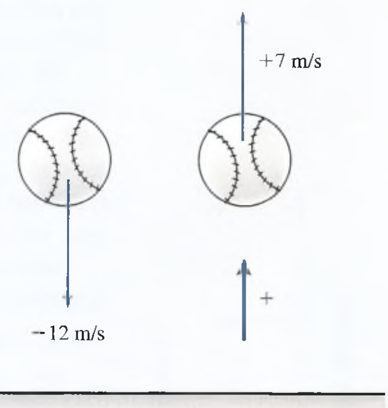

Figura 2.2

Solución:

$$\begin{aligned}\text{Cambio en la velocidad} &= \text{velocidad final} - \text{velocidad inicial}\\ &= (+7\text{ m/s}) - (-12\text{ m/s})\\ &= 7\text{ m/s} + 12\text{ m/s} = 19\text{ m/s}\end{aligned}$$

Sin entender los números con signo podríamos haber supuesto que el cambio registrado en la rapidez era de sólo 5 m/s (12 − 7). Sin embargo, tras pensarlo un momento, nos damos cuenta de que la rapidez debe disminuir primero a cero (un cambio de 12 m/s) y que luego se alcanza una rapidez de 7 m/s en dirección opuesta (un cambio adicional de 7 m/s).

En una multiplicación cada número se llama ***factor*** y el resultado es el ***producto***. Ahora podemos establecer la regla de la multiplicación para números con signo:

Regla de la multiplicación: si dos factores tienen signos iguales, su producto es positivo; si tienen signos diferentes, su producto es negativo.

Veamos estos ejemplos:

$$(+2)(+3) = +6 \qquad (-3)(-4) = +12$$
$$(-2)(+3) = -6 \qquad (-3)(+4) = -12$$

Suele resultar útil una ampliación de la regla de la multiplicación para los productos que resultan de multiplicar varios factores. En vez de multiplicar una serie de factores, de dos en dos, podemos recordar que

El producto será positivo si todos los factores son positivos o si existe un número par de factores negativos. El producto será negativo si hay un número impar de factores negativos.

Considere los ejemplos que siguen:

$$(-2)(+2)(-3) = +12 \qquad \text{(dos factores negativos, —par)}$$
$$(-2)(+4)(-3)(-2) = -48 \qquad \text{(tres factores negativos, —impar)}$$
$$(-3)^3 = (-3)(-3)(-3) = -27 \qquad \text{(tres factores negativos, —impar)}$$

Observe que en el último ejemplo se usó un superíndice 3 para indicar el número de veces que el número −3 debía usarse como factor. El superíndice 3 escrito en esta forma se llama ***exponente***.

Cuando se desea dividir dos números, el que va a ser dividido se llama ***dividendo*** y entre el que se divide éste se llama ***divisor***. El resultado de la división se denomina ***cociente***. La regla para dividir números con signo es la siguiente:

Regla de la división: el cociente de dos números con signos iguales es positivo y el cociente de dos números con signos diferentes es negativo.

Por ejemplo

$$(+2) \div (+2) = +1 \qquad (-4) \div (-2) = +2$$
$$\frac{+4}{-2} = -2 \qquad \frac{-4}{+2} = -2$$

En caso de que el numerador o el denominador de una fracción contenga dos o más factores, la regla siguiente también es útil:

El cociente es negativo si el número total de factores negativos es impar; en caso contrario, el cociente es positivo.

Por ejemplo,

$$\frac{(-4)(3)}{2} = -6 \qquad \text{par}$$

$$\frac{(-2)(-2)(-3)}{(2)(-3)} = +2 \qquad \text{impar}$$

Es conveniente que practique la aplicación de todas las reglas expuestas en esta sección. Es un grave error suponer que ha entendido estos conceptos sin comprobarlo adecuadamente. Una fuente importante de errores en la resolución de problemas de física es el uso de los números con signo.

2.2 Repaso de álgebra

El álgebra es en realidad una generalización de la aritmética, en la que se usan letras para reemplazar números. Por ejemplo, aprenderemos que el espacio ocupado por algunos objetos (su volumen, V) puede calcularse multiplicando el largo (l) por el ancho (b) y por la altura (h). Si se asignan letras a cada uno de esos elementos, establecemos una ***fórmula*** general, como

$$\text{Volumen} = \text{largo} \times \text{ancho} \times \text{altura}$$

$$V = l \cdot b \cdot h \tag{2.1}$$

La ventaja de las fórmulas es que funcionan en cualquier situación. Dado el largo, el ancho y la altura de cualquier sólido rectangular podemos usar la ecuación (2.1) para calcular su volumen. Si deseamos averiguar el volumen de un bloque rectangular de metal, sólo debemos *sustituir* los números apropiados en la fórmula.

Ejemplo 2.2 Calcule el volumen de un sólido que tiene las medidas siguientes: largo, 6 centímetros (cm); ancho, 4 cm, y alto, 2 cm.

Plan: Recuerde o localice la fórmula para calcular el volumen y luego sustituya las letras (literales) con las cantidades proporcionadas.

Solución: La sustitución da por resultado

$$\begin{aligned} V &= lbh \\ &= (6\text{ cm})(4\text{ cm})(2\text{ cm}) \\ &= 48\ (\text{cm} \times \text{cm} \times \text{cm}) = 48\text{ cm}^3 \end{aligned}$$

El tratamiento de las unidades que dan por resultado un volumen expresado en centímetros cúbicos se comentará más adelante. Por ahora, céntrese en la sustitución de números.

Cuando las letras se sustituyen por números en una fórmula es muy importante insertar el signo apropiado de cada número. Considere la fórmula siguiente:

$$P = c^2 - ab$$

Suponga que $c = +2$, $a = -3$ y $b = +4$. Recuerde que los signos más y menos incluidos en las fórmulas no se aplican a ninguno de los números que pueden ser sustituidos. En este ejemplo, tenemos:

$$\begin{aligned} P &= (c)^2 - (a)(b) \\ &= (+2)^2 - (-3)(+4) \\ &= 4 + 12 = 16 \end{aligned}$$

Resulta sencillo advertir que si se confunde un signo de la fórmula con el signo de alguno de los números sustituidos podría cometerse un error.

Con frecuencia es necesario resolver (despejar) una fórmula o una ecuación para una letra que es sólo parte de la fórmula. Suponga que deseamos encontrar una fórmula para calcular el largo de un sólido rectangular a partir de su volumen, su altura y su ancho. Las letras que aparecen en la fórmula $V = lah$ tendrán que reorganizarse para que la l aparezca sola en el lado izquierdo. El reordenamiento de la fórmula no es difícil si recordamos algunas reglas para trabajar con ecuaciones.

Básicamente, una ecuación es un enunciado matemático que dice que dos expresiones son iguales. Por ejemplo,

$$2b + 4 = 3b - 1$$

es una ecuación. En este caso, es evidente que la letra b representa la cantidad *desconocida* o, mejor dicho, la incógnita. Si sustituimos $b = 5$ en ambos lados o miembros de esta ecuación, obtenemos $14 = 14$. Por tanto, $b = 5$ es la *solución* de la ecuación.

Podemos obtener soluciones para igualdades realizando las mismas operaciones en los dos lados de la ecuación. Considere la igualdad $4 = 4$. Si sumamos, restamos, multiplicamos o dividimos el número 2 en ambos lados, no se altera la igualdad. Lo que hacemos es, *en efecto*, aumentar o disminuir la magnitud de cada lado, pero la igualdad se conserva. (Será conveniente que usted verifique el enunciado anterior para la igualdad $4 = 4$.) Observe también que si se eleva al cuadrado o se obtiene la raíz cuadrada en los dos lados no se altera la igualdad. Si se realiza la misma serie de operaciones en cada miembro de una ecuación es posible obtener finalmente una igualdad con una sola letra en el miembro izquierdo. En este caso, se dice que hemos *resuelto* (o despejado) la ecuación para esa letra.

Ejemplo 2.3

Resuelva para m la ecuación que sigue:

$$3m - 5 = m + 3$$

Plan: La clave es dejar sola la m en un lado del signo igual y del otro un número solo. Mientras sumemos o restemos la *misma* cantidad en cada lado, la ecuación seguirá siendo verdadera.

Solución: Primero sumamos $+5$ a ambos lados y luego restamos m de los dos lados:

$$3m - 5 + 5 = m + 3 + 5$$
$$3m = m + 8$$
$$3m - m = m + 8 - m$$
$$2m = 8$$

Por último, dividimos ambos lados entre 2:

$$\frac{2m}{2} = \frac{8}{2}$$
$$m = 4$$

Para comprobar esta respuesta, sustituimos $m = 4$ en la ecuación original y obtenemos $7 = 7$, lo cual demuestra que $m = 4$ es la solución.

En las fórmulas, la solución de una ecuación también puede expresarse por medio de letras. Por ejemplo, la ecuación literal

$$ax - 5b = c$$

puede resolverse para x en términos de a, b y c. En casos como éste, decidimos de antemano cuál de las letras será la "incógnita". En nuestro ejemplo, elegiremos x. Las demás letras se tratan como si fueran números conocidos. Sumando $5b$ a ambos lados se obtiene

$$ax - 5b + 5b = c + 5b$$
$$ax = c + 5b$$

Ahora dividimos ambos lados entre a para obtener

$$\frac{ax}{a} = \frac{c + 5b}{a}$$

$$x = \frac{c + 5b}{a}$$

que es la solución para x. Los valores para a, b y c en una situación concreta se sustituyen para hallar un valor específico de x.

Ejemplo 2.4 El volumen de un cono circular recto se expresa con la fórmula

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3} \tag{2.2}$$

¿Cuál es la altura del cono si su radio es $r = 3$ cm y $V = 81$ centímetros cúbicos (cm^3)? (Suponga que $\pi = 3.14$.)

Plan: Primero resolvemos la fórmula para h en términos de r y V; luego debemos sustituir los valores que tenemos para V, π y r.

Solución: Al multiplicar ambos lados por 3 se obtiene

$$3V = \pi r^2 h$$

Si dividimos ambos miembros entre πr^2 resulta

$$\frac{3V}{\pi r^2} = \frac{\pi r^2 h}{\pi r^2} \quad \text{o} \quad \frac{3V}{\pi r^2} = \frac{h}{1}$$

Por tanto, la altura h está dada por:

$$h = \frac{3V}{\pi r^2}$$

Sustituyendo los valores que tenemos de V, π y r nos queda

$$h = \frac{3(81 \text{ cm}^3)}{(3.14)(3 \text{ cm})^2} = \frac{243 \text{ cm}^3}{28.26 \text{ cm}^2} = 8.60 \text{ cm}$$

La altura del cono es 8.60 cm.

2.3 Exponentes y radicales (optativo)

Con frecuencia resulta necesario multiplicar una misma cantidad cierto número de veces. Un método abreviado para indicar el número de veces que una cantidad se toma como factor de sí misma consiste en usar un superíndice numérico conocido como ***exponente***. Esta notación sigue el esquema presentado a continuación:

Para cualquier número a:	Para el número 2:
$a = a^1$	$2 = 2^1$
$a \times a = a^2$	$2 \times 2 = 2^2$
$a \times a \times a = a^3$	$2 \times 2 \times 2 = 2^3$
$a \times a \times a \times a = a^4$	$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$

Las potencias del número a se leen como sigue: a^2 se lee "a cuadrada"; a^3, "a cúbica"; y a^4, "a a la cuarta potencia". En general, se dice que a^n representa "a elevado a la n-ésima potencia". En tales ejemplos, la letra a es la ***base*** y los superíndices numéricos 1, 2, 3, 4 y n son los *exponentes*.

Repasaremos varias reglas que es necesario seguir al trabajar con exponentes.

Regla 1: Cuando se multiplican dos cantidades de la misma base su producto se obtiene sumando algebraicamente los exponentes:

$$(a^m)(a^n) = a^{m+n} \qquad \textit{Regla de la multiplicación} \qquad \textbf{(2.3)}$$

Ejemplos:

$$(2^4)(2^3) = 2^{4+3} = 2^7$$
$$y^8y^6 = y^{14}$$
$$x^2x^5y^3x^3 = x^{2+5+3}y^3 = x^{10}y^3$$

Regla 2: Cuando a no es cero, un exponente negativo se define con cualquiera de las expresiones siguientes:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{y} \quad a^n = \frac{1}{a^{-n}} \qquad \textit{Exponente negativo} \qquad \textbf{(2.4)}$$

Ejemplos:

$$3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81} \qquad 10^2 = \frac{1}{10^{-2}}$$
$$a^{-5} = \frac{1}{a^5} \qquad \frac{x^{-3}y^2}{a^{-4}b^3} = \frac{a^4y^2}{x^3b^3}$$

Regla 3: Cualquier cantidad elevada a la potencia cero es igual a 1:

$$a^0 = 1 \qquad \textit{Exponente cero} \qquad \textbf{(2.5)}$$

Ejemplos:

$$x^3y^0 = x^3 \qquad (x^3y^2)^0 = 1$$

Regla 4: El cociente de dos cantidades diferentes de cero y que tengan la misma base se halla efectuando la resta algebraica de sus exponentes:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \qquad \textit{División} \qquad \textbf{(2.6)}$$

Ejemplos:

$$\frac{2^3}{2} = 2^{3-1} = 2^2 \qquad \frac{2^5}{2^7} = 2^{5-7} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2}$$
$$\frac{a^{-3}}{a^{-5}} = a^{-3-(-5)} = a^{-3+5} = a^2$$

Regla 5: Cuando una cantidad a^m se eleva a la potencia n, los exponentes se multiplican:

$$(a^m)^n = a^{mn} \qquad \textit{Potencia de una potencia} \qquad \textbf{(2.7)}$$

Ejemplos:

$$(2^2)^3 = 2^{2\cdot 3} = 2^6 \qquad (2^{-3})^2 = 2^{-6} = \frac{1}{2^6}$$

$$(a^2)^4 = a^8 \qquad (a^2)^{-4} = a^{-8} = \frac{1}{a^8}$$

Regla 6: La potencia de un producto y la de un cociente se obtienen aplicando el exponente a cada uno de los factores.

$$(ab)^n = a^n b^n \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \tag{2.8}$$

Ejemplos:

$$(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$$
$$(ab)^3 = a^3b^3$$
$$(ab^2)^3 = a^3(b^2)^3 = a^3b^6$$
$$\left(\frac{ax^3}{y^2}\right)^4 = \frac{a^4x^{12}}{y^8}$$

Si $a^n = b$, entonces no sólo b es igual a la n-ésima potencia de a, sino también se dice que, por definición, a es la raíz n-ésima de b. En general, este hecho se expresa usando un ***radical*** ($\sqrt{\ }$):

$$\sqrt[n]{b} \quad \text{raíz } n\text{-ésima de } b$$

Considere los enunciados siguientes:

$2^2 = 4$ significa que 2 es la *raíz cuadrada* de 4, o sea, $\sqrt{4} = 2$

$2^3 = 8$ significa que 2 es la *raíz cúbica* de 8, o sea, $\sqrt[3]{8} = 2$

$2^5 = 32$ significa que 2 es la *raíz quinta* de 32, o sea, $\sqrt[5]{32} = 2$

Un radical también puede expresarse mediante un exponente fraccionario. En general, podemos escribir

$$\sqrt[n]{b} = b^{1/n}$$

Por ejemplo,

$$\sqrt[3]{8} = 8^{1/3} \quad \text{o} \quad \sqrt{10} = 10^{1/2}$$

Hay otras dos reglas que es indispensable conocer para trabajar con radicales.

Regla 7: La raíz n-ésima de un producto es igual al producto de las raíces n-ésimas de cada factor:

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b} \qquad \textit{Raíces de un producto} \tag{2.9}$$

Ejemplos:

$$\sqrt{4 \cdot 16} = \sqrt{4}\,\sqrt{16} = 2 \cdot 4 = 8$$
$$\sqrt[5]{ab} = \sqrt[5]{a}\,\sqrt[5]{b}$$

Regla 8: Las raíces de una potencia se calculan aplicando la definición de exponentes fraccionarios.

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n} \qquad \textit{Raíz de potencias} \tag{2.10}$$

Ejemplos:

$$\sqrt[3]{2^9} = 2^{9/3} = 2^3 = 8$$
$$\sqrt{10^{-4}} = 10^{-4/2} = 10^{-2} = \frac{1}{10^2}$$
$$\sqrt{4 \times 10^8} = \sqrt{4}\sqrt{10^8} = 2(10)^{8/2} = 2 \times 10^4$$
$$\sqrt[3]{8 \times 10^{-6}} = \sqrt[3]{8}(10)^{-6/3} = 2 \times 10^{-2}$$

Para resolver la mayor parte de los problemas de esta obra sólo se requiere un conocimiento limitado de las reglas anteriores. Lo que más se calcula son cuadrados, cubos, raíces cuadradas y cúbicas. No obstante, es útil contar con un buen conocimiento de las reglas de los exponentes y radicales.

2.4 Solución a ecuaciones cuadráticas

Al resolver problemas de física, con frecuencia se necesita obtener una solución para una ecuación de segundo grado cuya incógnita está elevada a la segunda potencia. Por ejemplo, en cinemática la posición de una partícula en un campo gravitacional varía con el tiempo según la relación

$$x = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2$$

donde x es el desplazamiento, v_0 la velocidad inicial, a la aceleración y t el tiempo. Observe que la apariencia de t^2 significa que hay dos instantes en que el desplazamiento podría ser el mismo. Tales ecuaciones reciben el nombre de ***ecuaciones cuadráticas***. Hay varios métodos para resolver este tipo de ecuaciones, pero quizá para los problemas de física el más útil sea aplicar el de la fórmula cuadrática.

Dada una ecuación cuadrática de la forma

$$ax^2 + bx + c = 0$$

con a diferente de cero, las soluciones se hallan con la fórmula cuadrática

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ejemplo 2.5

Resuelva la ecuación siguiente para x: $3x^2 = 12 + 5x$.

Plan: La mayor potencia de la incógnita x es 2 y se puede aplicar la fórmula cuadrática. Debemos escribir la ecuación en la forma cuadrática, determinar las constantes a, b y c, y después resolver x usando la fórmula.

Solución: La forma cuadrática es $ax^2 + bx + c = 0$, así que podemos escribir

$$3x^2 - 5x - 12 = 0$$

Al analizar esa ecuación se observa que $a = 3$, $b = -5$ y $c = -12$. Ahora, resolvemos para x por sustitución en la fórmula cuadrática

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(3)(-12)}}{2(3)} \\ &= \frac{+5 \pm \sqrt{(25) + (144)}}{2(3)} = \frac{+5 \pm \sqrt{169}}{6} = \frac{5 \pm 13}{6} \end{aligned}$$

Para hallar las dos soluciones para x usamos primero el signo más y luego el menos:

Primera solución: $x = \frac{5 + 13}{6} = \frac{18}{6}$ o $x = +3$

Segunda solución: $x = \frac{5 - 13}{6} = \frac{-8}{6}$ o $x = -1.33$

Las dos respuestas son $x = +3$ y $x = -1.33$. Con base en las condiciones del problema, una de las soluciones puede ser matemáticamente verdadera pero imposible desde el ángulo de la física, lo cual indica que siempre debe interpretar los resultados a la luz de las condiciones establecidas.

Ejemplo 2.6 Se lanza una pelota hacia arriba con una rapidez inicial de $v_0 = 20$ m/s. La aceleración debida a la gravedad es $g = -9.80$ m/s^2. Si se tiene un desplazamiento de $y = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$, determine los dos instantes en que el desplazamiento es $y = 12$ m arriba del punto donde se suelta la pelota.

Plan: Debemos sustituir los valores dados para g, y y v_0 a fin de obtener la ecuación cuadrática, con el tiempo t como nuestra incógnita. Después escribiremos la ecuación en su forma cuadrática y la resolveremos para t mediante la fórmula cuadrática.

Solución: La sustitución da como resultado

$$y = v_0 t + \tfrac{1}{2}gt^2 \quad \text{o} \quad (12) = 20t + \tfrac{1}{2}(-9.8)t^2$$

Hemos dejado fuera las unidades para que la incógnita t quede indicada con claridad. Al escribir esta expresión en forma cuadrática queda

$$4.9t^2 - 20t + 12 = 0$$

Ahora aplicamos la fórmula cuadrática para hallar las dos soluciones para t.

$$\begin{aligned} t &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4(4.9)(12)}}{2(4.9)} \\ &= \frac{+20 \pm \sqrt{400 - 235}}{9.8} = \frac{-20 \pm 12.8}{9.8} \end{aligned}$$

De nuevo, encontramos las dos soluciones usando primero el signo más y luego el menos:

Primera solución: $t = \frac{20 + 12.8}{9.8} = \frac{32.8}{9.8}$ o $t = +3.35$ s

Segunda solución: $t = \frac{20 - 12.8}{9.8} = \frac{7.17}{9.8}$ o $t = +0.732$ s

La pelota alcanza la altura de 12 m en el instante $t = 0.732$ s después de que se le suelta. Luego alcanza el mismo desplazamiento en el instante $t = 3.35$ s.

2.5 Notación científica

En el trabajo científico es muy frecuente encontrarse con números muy grandes o muy pequeños. Por ejemplo, cuando el operador de una máquina mide el grosor de una delgada hoja de metal puede obtener una lectura de 0.00021 in. De forma similar, un ingeniero puede hallar que el área de una pista de aeropuerto es de 130 000 m^2. Es conveniente que podamos expresar estos números como 2.1×10^{-4} in y 1.3×10^5 m^2, respectivamente. Se usan potencias de 10 para señalar la posición del punto decimal sin tener que manejar un gran número de ceros al realizar cada uno de los cálculos. El sistema para expresar cualquier cantidad como un número entre 1 y 10 multiplicado por una potencia entera de base 10 se llama ***notación científica***.

Las calculadoras electrónicas tienen una teclas que permiten incluso a los estudiantes principiantes usar la notación científica en muchos cálculos. Puede tener la seguridad de que se encontrará con la notación científica aunque su trabajo no requiera el uso frecuente de números expresados con ella. Revise el manual de su calculadora a fin de que aprenda a trabajar en ella con potencias de base 10.

Considere los múltiplos de 10 siguientes y algunos ejemplos de su utilización en la notación científica:

$$
\begin{aligned}
0.0001 &= 10^{-4} & 2.34 \times 10^{-4} &= 0.000234\\
0.001 &= 10^{-3} & 2.34 \times 10^{-3} &= 0.00234\\
0.01 &= 10^{-2} & 2.34 \times 10^{-2} &= 0.0234\\
0.1 &= 10^{-1} & 2.34 \times 10^{-1} &= 0.234\\
1 &= 10^{0} & 2.34 \times 10^{0} &= 2.34\\
10 &= 10^{1} & 2.34 \times 10^{1} &= 23.4\\
100 &= 10^{2} & 2.34 \times 10^{2} &= 234.0\\
1\,000 &= 10^{3} & 2.34 \times 10^{3} &= 2340.0\\
10\,000 &= 10^{4} & 2.34 \times 10^{4} &= 23\,400.0
\end{aligned}
$$

Para escribir en notación científica un número mayor que 1 debe determinar el número de veces que es preciso mover el punto decimal a la izquierda para obtener la notación abreviada. Veamos algunos ejemplos:

$$
\begin{aligned}
467 &= 4\,6\,7. = 4.67 \times 10^{2}\\
30 &= 3\,0. = 3.0 \times 10^{1}\\
35\,700 &= 3\,5\,7\,0\,0. = 3.57 \times 10^{4}
\end{aligned}
$$

Cualquier número decimal menor que 1 puede escribirse como un número entre 1 y 10 multiplicado por una potencia *negativa* de base 10. En este caso, el exponente negativo representa el número de veces que se mueve el punto decimal a la derecha. Este exponente siempre es igual al número de ceros que se encuentran entre el punto decimal y el primer dígito, más uno. Los siguientes son algunos ejemplos:

$$
\begin{aligned}
0.24 &= 0.2\,4 = 2.4 \times 10^{-1}\\
0.00327 &= 0.0\,0\,3\,2\,7 = 3.27 \times 10^{-3}\\
0.0000469 &= 0.0\,0\,0\,0\,4\,6\,9 = 4.69 \times 10^{-5}
\end{aligned}
$$

Para convertir la notación científica en notación decimal simplemente se invierte el proceso.

Con ayuda de las leyes de los exponentes, la notación científica sirve en la multiplicación y la división de números muy pequeños o muy grandes. Cuando se multiplican dos números, sus respectivos exponentes de base 10 se suman. Por ejemplo, 200×4000 puede escribirse como $(2 \times 10^{2})(4 \times 10^{3}) = (2)(4) \times (10^{2})(10^{3}) = 8 \times 10^{5}$. Otros ejemplos son

$$
\begin{aligned}
2\,200 \times 40 &= (2.2 \times 10^{3})(4 \times 10^{1}) = 8.8 \times 10^{4}\\
0.0002 \times 900 &= (2.0 \times 10^{-4})(9.0 \times 10^{2}) = 1.8 \times 10^{-2}\\
1\,002 \times 3 &= (1.002 \times 10^{3})(3 \times 10^{0}) = 3.006 \times 10^{3}
\end{aligned}
$$

De forma similar, cuando un número se divide entre otro, el exponente de base 10 que aparece en el denominador se resta del exponente de base 10 del numerador. Éstos son algunos ejemplos:

$$
\begin{aligned}
\frac{7\,000}{35} &= \frac{7 \times 10^{3}}{3.5 \times 10^{1}} = \frac{7.0}{3.5} \times 10^{3-1} = 2.0 \times 10^{2}\\
\frac{1\,200}{0.003} &= \frac{1.2 \times 10^{3}}{3.0 \times 10^{-3}} = \frac{1.2}{3.0} \times 10^{3-(-3)} = 4.0 \times 10^{5}\\
\frac{0.008}{400} &= \frac{8 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{2}} = \frac{8}{4} \times 10^{-3-2} = 2.0 \times 10^{-5}
\end{aligned}
$$

Cuando se suman dos números expresados en notación científica es necesario tener cuidado de ajustar todos los que se van a sumar, de modo que tengan potencias idénticas de base 10. Veamos algunos ejemplos:

$$2\,000 + 400 = 2 \times 10^3 + 0.4 \times 10^3 = 2.4 \times 10^3$$
$$0.006 - 0.0008 = 6 \times 10^{-3} - 0.8 \times 10^{-3} = 5.2 \times 10^{-3}$$
$$4 \times 10^{-21} - 6 \times 10^{-20} = 0.4 \times 10^{-20} - 6 \times 10^{-20} = -5.6 \times 10^{-20}$$

Las calculadoras científicas hacen automáticamente los ajustes necesarios al sumar y restar ese tipo de números.

La notación científica y las potencias de base 10 son muy importantes y significativas cuando se trabaja con unidades métricas. En el capítulo 3 veremos que los múltiplos de 10 se usan para definir muchas unidades en el sistema métrico. Por ejemplo, un kilómetro se define como mil (1×10^3) metros y un milímetro como una milésima (1×10^{-3}) de metro.

2.6 Gráficas

Con frecuencia se desea mostrar en forma gráfica la relación entre dos cantidades. Por ejemplo, sabemos que cuando un automóvil viaja con rapidez constante avanza la misma distancia cada minuto (min). Podríamos registrar la distancia recorrida, en pies (ft), para determinados tiempos, de la forma siguiente:

Distancia, ft	200	400	600	800	1000
Tiempo, min	1	2	3	4	5

En la parte inferior de una hoja de papel cuadriculado podemos establecer una escala de tiempo, quizá con cada división igual a 1 min. En el lado izquierdo del papel podemos establecer una escala de distancias. Es necesario seleccionar una escala que llene el papel cuadriculado (así se facilita la ubicación de los puntos en la gráfica). Las divisiones de la escala sencillas son: 1 división = 1, 2 o 5 multiplicado por alguna potencia de base 10. Algunos ejemplos adecuados son: 1 división = $1 \times 10^3 = 1000$, o 1 división = $2 \times 10^0 = 2$, o bien, 1 división = $5 \times 10^{-2} = 0.05$. Es preciso evitar divisiones de escala incómodas, como 3 divisiones = 100 ft, porque dificultan la ubicación de puntos. En nuestro ejemplo, podemos hacer que cada división represente 200 ft. Así, los datos se representan en la gráfica como muestra la figura 2.3. Cada punto ubicado en el eje (línea) horizontal tiene un punto correspondiente en el eje (línea) vertical. Por ejemplo, la distancia recorrida al cabo de 3 min es 600 ft. Observe que cuando se unen esos puntos, el resultado es una línea recta.

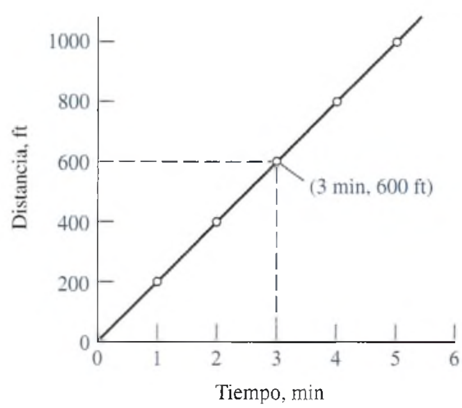

Figura 2.3 Gráfica de la distancia en función del tiempo (una relación *directa*).

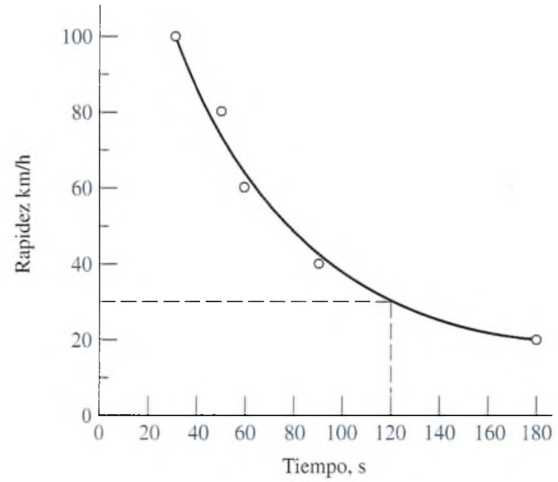

Figura 2.4 Gráfica del tiempo necesario para recorrer una distancia de 1 km como función de la rapidez (una relación *inversa*).

Cuando la gráfica de una cantidad frente a otra produce una línea recta que pasa por el origen hay entre ellas una *relación directa*. En este ejemplo, la distancia recorrida es directamente proporcional al tiempo. Cuando una de esas cantidades cambia, la otra también, y en la misma proporción. Si se duplica el tiempo transcurrido, se duplica la distancia recorrida.

También existen las *relaciones inversas* o indirectas, en las que el aumento de una cantidad produce como resultado la disminución *proporcional* de la otra cantidad. Si disminuyéramos la rapidez de un automóvil, veríamos que se requerirían intervalos de tiempo cada vez mayores para recorrer la misma distancia. Suponga que hemos medido, en segundos (s), el tiempo requerido para recorrer una distancia de 1 kilómetro (km) [0.621 millas (mi)] con rapidez de 20, 40, 60, 80 y 100 kilómetros por hora (km/h). De esta manera registramos los datos siguientes:

Rapidez, km/h	20	40	60	80	100
Tiempo, s	180	90	60	45	36

En la figura 2.4 se muestra una gráfica de estos datos. Nótese que la gráfica de una relación inversa no es una línea recta sino una curva.

Una gráfica sirve para obtener información con la que no se contaba antes de elaborarla. Por citar un caso, en la figura 2.4 advertimos que se requeriría un tiempo de 120 s para recorrer la distancia si nuestra rapidez fuera de 30 km/h.

2.7 Geometría

En este breve repaso presuponemos que usted conoce el concepto de punto y de recta. Veremos otros conceptos importantes sólo en la medida en que sean necesarios para resolver problemas de física. No es indispensable hacer un amplio repaso de los muchos teoremas posibles de esta disciplina. Comenzaremos con ángulos y rectas.

El ***ángulo*** comprendido entre dos líneas rectas se define trazando un círculo cuyo centro se ubica en el punto de intersección (véase la figura 2.5a). La magnitud del ángulo A es proporcional a la fracción de un círculo completo que se encuentra entre las dos rectas. Los ángulos se miden en ***grados***, como se define en la figura 2.5b. Un grado (°) es una parte de un círculo igual a 1/360 de una revolución completa (rev). Por tanto, en 1 rev hay 360°:

$$1^\circ = \frac{1}{360}\,\text{rev} \qquad 1\ \text{rev} = 360^\circ \tag{2.11}$$

Al sustituir números con signo en fórmulas que contienen operaciones de sumas y restas, ¿qué precauciones es necesario tomar?

2.7. Cuando se pasa un término de un lado de una ecuación al otro, su signo cambia. Explique cómo funciona este procedimiento y por qué.

2.8. La multiplicación cruzada se usa a veces en el reordenamiento de fórmulas en las que una fracción es igual a otra. Por ejemplo,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{se convierte en} \quad ad = bc$$

Explique por qué funciona este procedimiento y comente los riesgos que implica.

2.9. Un error muy común en el reordenamiento de fórmulas consiste en cancelar términos en lugar de factores. Lo siguiente *no* está permitido:

$$\frac{x+y}{x} \neq y \qquad \frac{x^2+y^2}{x+y} \neq \frac{x+y}{1}$$

2.10. Si la gráfica de dos variables (x, y) es una recta, ¿se puede decir que cuando x se incrementa en 10 unidades, la variable y debe aumentar también 10 unidades? ¿Se puede afirmar que si el valor de x se duplica, el valor de y también debe duplicarse?

2.11. Cuando dos rectas paralelas son cortadas por una recta en forma transversal, los ángulos alternos internos así formados son iguales. ¿También los ángulos alternos externos lo son?

2.12. Uno de los ángulos de un triángulo rectángulo mide 33°. ¿Cuánto miden los otros dos ángulos?

2.13. Una ventana tiene 6 ft de alto. Una diagonal de dos por cuatro, de 9 ft de largo, encaja con precisión desde una esquina superior hasta la esquina inferior opuesta. ¿Cuál es el ancho de la ventana?

2.14. El complemento ϕ de un ángulo θ es tal que $\phi + \theta = 90°$. Demuestre que el seno de un ángulo es igual al coseno de su complemento.

2.15. Si los ángulos ϕ y θ son complementarios, demuestre que tan θ es el recíproco de tan ϕ.

Problemas

Sección 2.1 Repaso de números con signos

En los problemas 2.1 a 2.26, resuelva la operación indicada.

2.1. $(+2) + (+5)$ Resp. +7

2.2. $(-2) + (6)$

2.3. $(-4) - (-6)$ Resp. +2

2.4. $(+6) - (+8)$

2.5. $(-3) - (+7)$ Resp. −10

2.6. $(-15) - (+18)$

2.7. $(-4) - (+3) - (-2)$ Resp. −5

2.8. $(-6) + (-7) - (+4)$

2.9. $(-2)(-3)$ Resp. +6

2.10. $(-16)(+2)$

2.11. $(-6)(-3)(-2)$ Resp. −36

2.12. $(-6)(+2)(-2)$

2.13. $(-3)(-4)(-2)(2)$ Resp. −48

2.14. $(-6)(2)(3)(-4)$

2.15. $(-6) \div (-3)$ Resp. +2

2.16. $(-14) \div (+7)$

2.17. $(+16) \div (-4)$ Resp. −4

2.18. $(+18) \div (-6)$

2.19. $\dfrac{-4}{-2}$ Resp. +2

2.20. $\dfrac{+16}{-4}$

2.21. $\dfrac{(-2)(-3)(-1)}{(-2)(-1)}$ Resp. −3

2.22. $\dfrac{(-6)(+4)}{(-2)}$

2.23. $\dfrac{(-16)(4)}{2(-4)}$ Resp. +8

2.24. $\dfrac{(-1)(-2)^2(12)}{(6)(2)}$

2.25. $(-2)(+4) - \dfrac{(-6)}{(+2)} - (-5)$ Resp. 0

2.26. $(-2)(-2)^2 + \dfrac{(-3)(-2)(-8)}{(-4)(1)} - (-6)^3$

En los problemas 2.27 a 2.30, halle lo que se pide.

2.27. Las distancias por arriba del nivel del suelo son positivas y las distancias por debajo de dicho nivel son negativas. Si un objeto se deja caer desde 20 pies (ft) por encima del nivel del suelo a un hoyo de 12 ft de profundidad, ¿cuál será la diferencia entre la posición inicial y la final? Resp. 32 ft

2.28. En física, el trabajo se mide en joules (J) y puede ser positivo o negativo, según la dirección de la fuerza que realiza dicho trabajo. ¿Cuál será el trabajo total realizado si los trabajos de las fuerzas son 20 J, −40 J y −12 J?

2.29. La temperatura de un perno es −12°C. (a) Si la temperatura se eleva en 6°C, ¿cuál será la temperatura nueva? (b) Si la temperatura original desciende 5°C, ¿cuál será la temperatura nueva? (c) Si la temperatura original se multiplica por un factor de −3, ¿cuál será la temperatura resultante?

Resp. (a) −6°C, (b) −17° C, (c) 36°C

2.30. Un metal se dilata cuando se calienta y se contrae cuando se enfría. Supongamos que la longitud de una varilla cambia 2 milímetros (mm) por cada 1°C de temperatura. ¿Cuál será el cambio total en su longitud cuando la temperatura cambia de -5 a -30°C?

Sección 2.2 Repaso de álgebra

En los problemas 2.31 a 2.46, determine el valor de x cuando $a = 2$, $b = -3$ y $c = -2$.

2.31. $x = a + b + c$ Resp. -3
2.32. $x = a - b - c$
2.33. $x = b + c - a$ Resp. -7
2.34. $x = b(a - c)$
2.35. $x = \dfrac{b - c}{a}$ Resp. $-\dfrac{1}{2}$
2.36. $x = \dfrac{a + b}{c}$
2.37. $x = b^2 - c^2$ Resp. $+5$
2.38. $x = \dfrac{-b}{ac}$
2.39. $x = \dfrac{a}{bc}(a - c)$ Resp. $+\dfrac{4}{3}$
2.40. $x = a^2 + b^2 + c^3$
2.41. $x = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ Resp. $\sqrt{17}$
2.42. $x = ab(c - a)^2$
2.43. $2ax - b = c$ Resp. $-\dfrac{5}{4}$
2.44. $ax + bx = 4c$
2.45. $3ax = \dfrac{2ab}{c}$ Resp. $+1$
2.46. $\dfrac{4ac}{b} = \dfrac{2x}{b} - 16$

En los problemas 2.47 a 2.56, resuelva las ecuaciones para la incógnita (la letra desconocida).

2.47. $5m - 16 = 3m - 4$ Resp. $m = 6$
2.48. $3p = 7p - 16$
2.49. $4m = 2(m - 4)$ Resp. $m = -4$
2.50. $3(m - 6) = 6$
2.51. $\dfrac{x}{3} = (4)(3)$ Resp. $x = 36$
2.52. $\dfrac{p}{3} = \dfrac{2}{6}$
2.53. $\dfrac{96}{x} = 48$ Resp. $x = 2$
2.54. $14 = 2(b - 7)$
2.55. $R^2 = (4)^2 + (3)^2$ Resp. $R = +5$
2.56. $\dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{P} + \dfrac{1}{6}$

En los problemas 2.57 a 2.70, resuelva las fórmulas para la letra indicada.

2.57. $V = IR,\ R$ Resp. $R = \dfrac{V}{I}$
2.58. $P\ V = n\ R\ T,\ T$
2.59. $F = m\ a,\ a$ Resp. $a = \dfrac{F}{m}$
2.60. $s = v\,t + d,\ d$
2.61. $F = \dfrac{m\ v^2}{R},\ R$ Resp. $R = \dfrac{mv^2}{F}$
2.62. $s = \frac{1}{2}a\,t^2,\ a$
2.63. $2a\,s = v_f^2 - v_o^2,\ a$ Resp. $a = \dfrac{v_f^2 - v_o^2}{2s}$
2.64. $C = \dfrac{Q^2}{2V},\ V$
2.65. $\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2},\ R$ Resp. $R = \dfrac{R_1R_2}{R_1 + R_2}$
2.66. $M\ V = F\ t,\ t$
2.67. $m\ v - m\ v = F\ t, v_2$ Resp. $v_2 = \dfrac{Ft + mv_1}{m}$
2.68. $\dfrac{P_1V_1}{T_1} = \dfrac{P_2V_2}{T_2},\ T^2$
2.69. $v = v_o + a\ t,\ a$ Resp. $a = \dfrac{v - v_o}{t}$
2.70. $c^2 = a^2 + b^2,\ b$

Sección 2.3 Exponentes y radicales

En los problemas 2.71 a 2.92, simplifique las expresiones mediante las leyes de los exponentes y de los radicales.

2.71. $2^5 \cdot 2^7$ Resp. 2^{12}
2.72. $3^2 \cdot 2^3 \cdot 3^3$
2.73. x^7x^3 Resp. x^{10}
2.74. $x^7x^{-5}x^3$
2.75. $a^{-3}a^2$ Resp. $\dfrac{1}{a}$
2.76. $a^3a^{-2}b^{-3}b$
2.77. $\dfrac{2^3}{2^5}$ Resp. $\dfrac{1}{2^2}$
2.78. $\dfrac{2a^3b}{2ab^3}$
2.79. $\dfrac{2x^{17}}{x^{12}}$ Resp. $2x^5$
2.80. $(ab)^{-2}$
2.81. $(m^{-3})^{-2}$ Resp. m^6
2.82. $(n^3c^{-2})^{-2}$
2.83. $(4 \times 10^2)^3$ Resp. 64×10^6
2.84. $(6 \times 10^{-2})^{-2}$
2.85. $\sqrt[3]{64}$ Resp. 4
2.86. $\sqrt[4]{81}$

2.87. $\sqrt[5]{x^{15}}$ Resp. x^3
2.88. $\sqrt{a^4b^6}$
2.89. $\sqrt{4 \times 10^4}$ Resp. 2×10^2
2.90. $\sqrt[3]{8 \times 10^{-27}}$
2.91. $\sqrt[5]{32a^{10}}$ Resp. $2a^2$
2.92. $\sqrt{(x+2)^2}$

Sección 2.5 Notación científica

En los ejercicios 2.93 a 2.100, exprese los números decimales en notación científica.

2.93. 40 000 Resp. 4×10^4
2.94. 67
2.95. 480 Resp. 4.80×10^2
2.96. 497 000
2.97. 0.0021 Resp. 2.1×10^{-3}
2.98. 0.789
2.99. 0.087 Resp. 8.7×10^{-2}
2.100. 0.000967

En los ejercicios 2.101 a 2.108, exprese los números en notación decimal.

2.101. 4×10^6 Resp. 4,000,000
2.102. 4.67×10^3
2.103. 3.7×10^1 Resp. 37
2.104. 1.4×10^5
2.105. 3.67×10^{-2} Resp. 0.0367
2.106. 4×10^{-1}
2.107. 6×10^{-3} Resp. 0.006
2.108. 4.17×10^{-5}

En los ejercicios 2.109 a 2.132, simplifique y exprese como un solo número escrito en notación científica.

2.109. $400 \times 20\,000$ Resp. 8×10^6
2.110. $37 \times 2\,000$
2.111. $(4 \times 10^{-3})(2 \times 10^5)$ Resp. 8×10^2
2.112. $(3 \times 10^{-1})(6 \times 10^{-8})$
2.113. $(6.7 \times 10^3)(4.0 \times 10^5)$ Resp. 2.68×10^9
2.114. $(3.7 \times 10^{-5})(200)$
2.115. $(4 \times 10^{-3})^2$ Resp. 1.60×10^{-5}
2.116. $(3 \times 10^6)^3$
2.117. $(6\,000)(3 \times 10^{-7})$ Resp. 1.8×10^{-3}
2.118. $(4)(300)(2 \times 10^{-2})$
2.119. $7000 \div (3.5 \times 10^{-3})$ Resp. 2.00×10^6
2.120. $60 \div 30\,000$
2.121. $(6 \times 10^{-5}) \div (3 \times 10^4)$ Resp. 2×10^{-9}
2.122. $(4 \times 10^{-7}) \div (7 \times 10^{-7})$
2.123. $\dfrac{4\,600}{0.02}$ Resp. 2.3×10^5
2.124. $\dfrac{(1\,600)(4 \times 10^{-3})}{1 \times 10^{-2}}$
2.125. $4.0 \times 10^2 + 2 \times 10^3$ Resp. 2.40×10^3
2.126. $6 \times 10^{-5} - 4 \times 10^{-6}$
2.127. $6 \times 10^{-3} - 0.075$ Resp. -6.90×10^{-2}
2.128. $0.0007 - 4 \times 10^{-3}$
2.129. $\dfrac{4 \times 10^{-6} + 2 \times 10^{-5}}{4 \times 10^{-2}}$ Resp. 6×10^{-4}
2.130. $\dfrac{6 \times 10^3 + 4 \times 10^2}{1 \times 10^{-3}}$
2.131. $\dfrac{600 - 3\,000}{0.0003}$ Resp. -8×10^6
2.132. $(4 \times 10^{-3})^2 - 2 \times 10^{-5}$

Sección 2.6 Gráficas

2.133. Trace una gráfica para los siguientes datos registrados de un objeto que cae libremente a partir del reposo.

Rapidez, ft/s	32	63	97	129	159	192	225
Tiempo, s	1	2	3	4	5	6	7

¿Qué rapidez cabe esperar después de 4.5 s? ¿Qué tiempo se requiere para que el objeto alcance una rapidez de 100 ft/s? Resp. V=144 ft/s, t = 3.1 s

2.134. El avance de un tornillo con cuerda hacia la derecha es proporcional al número de vueltas completas. Se han registrado los datos siguientes para un tornillo en particular:

Avance, in	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
Núm. de vueltas	16	32	48	64	80	96

Trace una gráfica que registre el número de vueltas en las divisiones horizontales y el avance del tornillo, en pulgadas, en las divisiones verticales. ¿Qué número de vueltas es necesario completar para que el tornillo avance 2.75 in?

2.135. Elabore una gráfica que muestre la relación entre la frecuencia y la longitud de onda de varias ondas electromagnéticas. Se cuenta con los datos siguientes:

Frecuencia, kilohertz (kHz)	150	200	300	500	600	900
Longitud de onda, metros (m)	2000	1500	1000	600	500	333

¿Qué longitudes de onda tienen las ondas electromagnéticas cuyas frecuencias son 350 kHz y 800 kHz? Resp. 857 m, 375 m

2.136. La pérdida de potencia eléctrica en una resistencia varía en proporción directa del cuadrado de la corriente. Los datos siguientes fueron obtenidos en un solo experimento:

Corriente, amperes (A)	1.0	2.5	4.0	5.0	7.0	8.5
Potencia, watts (W)	1.0	6.5	16.2	25.8	50.2	72.0

Trace una gráfica y, a partir de la curva obtenida, calcule la pérdida de potencia cuando la corriente tiene un valor de (a) 3.2 A y (b) 8.0 A.